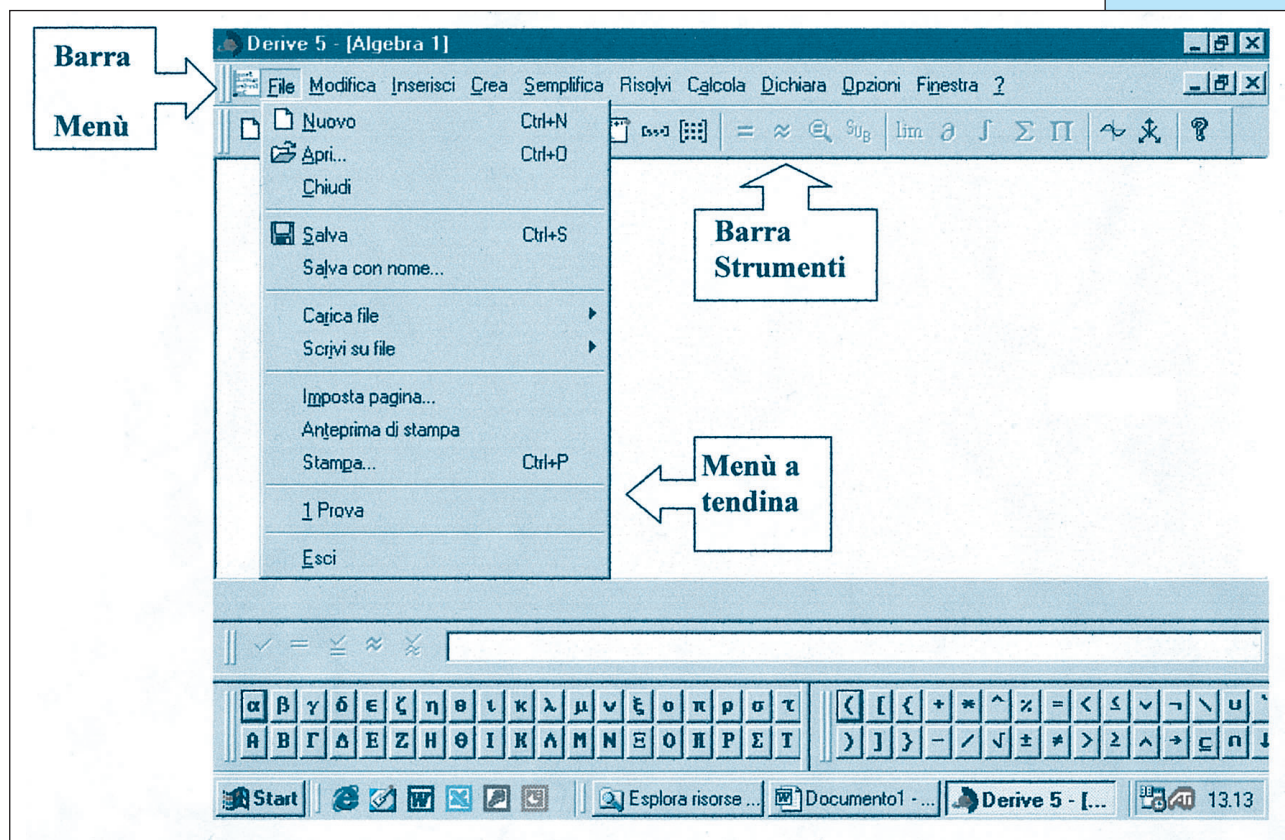


Indice

Note introduttive	7
Scrittura di numeri e parole	8
Uso dei colori durante la digitazione	8
Cancellatura di una o più righe. Apertura di più pannelli di algebra	9
Scomposizione di un numero in prodotto di fattori primi	9
Addizione	10
Salvataggio di un file digitato sul monitor. Ricerca di un file	11
Sottrazione	11
Moltiplicazione	11
Divisione	12
Potenza	13
Radici	14
Calcolo del valore di un'espressione algebrica contenente numeri relativi. Richiamo di un'espressione dalla finestra dell'algebra a quella di "Crea espressione"	15
Calcolo del valore numerico di un'espressione letterale per assegnati valori delle lettere	16
Riduzione di termini simili	16
Moltiplicazione di monomi	17
Divisione di monomi	17
Potenza di un monomio	17
Calcolo del valore di un'espressione contenente operazioni con monomi	17
Addizione di polinomi	18
Sottrazione di polinomi	18
Somma algebrica	18
Moltiplicazione di un monomio per un polinomio e di polinomi. Potenza di un polinomio	18
Divisione di un polinomio per un monomio e di due polinomi	20
I sistemi di numerazione	22
Operazione con numeri scritti in una qualsiasi base $\in [2; 36]$. Risultati scritti nella stessa base	24
Operazioni con numeri scritti in una qualsiasi base. Risultati scritti in una base diversa	26
Fattorizzazione di polinomi	28
Frazioni algebriche	29
Identità	30
Equazioni	31
Disequazioni	32
I grafici delle funzioni	34

Note introduttive

Avviato il programma, si apre la finestra dell'algebra e, nella parte superiore del monitor, appare la barra dei menu in cui è possibile leggere le seguenti parole: File, Modifica, Inserisci, Crea, Semplifica, Risolvi, Calcola, Dichiara, Opzioni, Finestra, ? (nella versione inglese di Derive: File, Edit, Insert, Author, Simplify, Solve, Calculus, Declare, Options, Window, Help) nelle quali, come si può notare, una lettera, non sempre la prima, è sottolineata. *Cliccando* con il mouse su di esse o battendo i tasti “Alt+ la lettera sottolineata”, si apre il **menu a tendina**. *Cliccando* con il mouse su una delle voci del menu a tendina oppure battendo il tasto corrispondente alla lettera sottolineata nel comando prescelto o battendo i tasti riportati alla destra di alcuni di essi, si attivano i comandi, il cui uso sarà chiarito con applicazioni pratiche, del menu a tendina. Sotto la barra dei menu è presente la barra degli strumenti formata da una successione di simboli che attivano, *cliccando* su di essi, i principali comandi dei menu. Per conoscere i comandi del menu o dei menu a tendina, che si possono attivare cliccando con il mouse direttamente sui simboli della barra, basta spostare la punta della freccia del mouse su ciascuno di essi. Nell'ipotesi tale barra non sia presente sul monitor, si può chiamare *cliccando* sul comando Barra dei comandi nel menu a tendina di Finestra.



In particolare, battendo il tasto “F1” oppure *cliccando* con il mouse su “?”, selezionando una parola contenuta nel menu a tendina e seguendo le indicazioni, è possibile ricevere informazioni sui diversi comandi di Derive, sui simboli da adoperare per digitare espressioni matematiche e, in generale, tutte le notizie utili per sfruttare le potenzialità del programma. Per uscire da “Derive” basta selezionare, nel menu a tendina di “File”, il comando “Esci” e *cliccare* su di esso.

Scrittura di numeri e parole

Per digitare un'espressione matematica o una frase è indispensabile aprire la "Barra dell'espressione" sul monitor. Per fare ciò si *clicca* nella barra dei menu sul comando "Finestra". Si apre la tendina, si *clicca* su "Visualizza barre degli strumenti" e si *clicca* sul comando "Barra dell'espressione", che viene a disporsi in calce alla pagina dell'algebra. Essa è preceduta dai simboli \surd (crea espressione), \simeq (semplifica), \approx (crea espressione e semplifica, che si ottiene battendo i tasti Ctrl+invio), \approx approssima, \approx (crea e approssima, che si ottiene anche battendo i tasti Shift+invio). A questo punto si deve rendere attiva la finestra "Crea Espressione". Per iniziare la digitazione si può *clicare* con il mouse nella barra dei menu del comando "Crea" oppure si può battere il tasto F2 o si può *clicare* nella barra degli strumenti sul simbolo "Crea espressione" (rappresentato da una penna sovrastata dalla scrittura $x+1$, decimo simbolo da sinistra) o, infine, si può *clicare* con il mouse all'interno della suddetta finestra. Sarebbe opportuno, però, aprire sul monitor anche le tabelle delle lettere dell'alfabeto greco e dei simboli matematici *cliccando* rispettivamente sulle espressioni "Barra dei simboli greci" e "Barra dei simboli matematici". In tal modo *cliccando* sulle lettere o sui simboli, durante la scrittura di espressioni matematiche, sarà possibile trasferire nella finestra "Crea Espressione" eventualmente le lettere greche o simboli matematici contenuti nelle tabelle.

Si renda attiva la finestra "Crea espressione" e si digiti, per esempio, la frase: 1234 è un numero pari. Si *clichi* sul primo simbolo alla sinistra della finestra. La frase viene trasferita nella pagina dell'algebra. Si noterà che il numero 1234 è stato scritto normalmente, mentre dopo di esso e tra ciascuna lettera delle parole è stato interposto un punto e cioè il computer ha inteso la scrittura come un'espressione letterale, precisamente, come un monomio: $1234\dot{e}unnumeropari$ e, perciò, tra il coefficiente e le singole lettere ha interposto il segno di moltiplicazione nella forma di "punto":

#1: $1234\dot{e}u\cdot n\cdot n\cdot u\cdot m\cdot e\cdot r\cdot o\cdot p\cdot a\cdot r\cdot i$

Come si nota, l'espressione trasferita nella finestra dell'algebra è preceduta dal segno # e dal numero 1 seguito da due punti. Il numero 1 indica che quella scritta sul monitor è la prima riga.

Si digiti, invece, nella finestra "Crea Espressioni", la frase nel seguente modo: 1234 "è un numero pari" e s'impartiscano i comandi per ottenere l'espressione nella finestra dell'algebra. In tale caso si ottiene:

#2: 1234 è un numero pari.

Si comprende, perciò, che, rispettando una speciale sintassi che sarà indicata, le espressioni matematiche potranno essere digitate normalmente, mentre occorre chiudere tra virgolette le frasi che si desiderano siano trascritte nella finestra dell'algebra.

Se durante la digitazione si commette un errore di sintassi e si *clicca* su un simbolo a sinistra della finestra "Crea espressione", si nota che l'espressione scritta non passa nella finestra dell'algebra e, nella riga (Barra di stato) sopra di quella in cui è stata digitata l'espressione, compare la frase "Errore di sintassi:" seguita dalla spiegazione del tipo d'errore commesso, mentre il cursore oscilla nel punto dell'espressione in cui è presente l'errore. D'ora in poi, per brevità, si ometterà la descrizione di tutte le fasi del procedimento per digitare nella finestra "Crea espressione" una frase o un'espressione matematica e per trasferirla nella finestra dell'algebra e si useranno forme più sintetiche.

Uso dei colori durante la digitazione

Si supponga che nella finestra dell'algebra non vi siano righe digitate e si proceda per trasferire dalla finestra "Crea espressione" a quella dell'algebra una qualsiasi espressione e, per esempio, $x+y$. Sul monitor appare:

#1: $x + y$

Come si nota, l'espressione trasferita nella finestra dell'algebra è preceduta dal segno # e dal numero 1 seguito da due punti. Si noti anche che, mentre nella digitazione dell'espressione non si erano interposti spazi tra le lettere e il segno di addizione, sul monitor lettere e segno sono separati da uno spazio.

È evidente, poi, che se si digitano nella suddetta finestra altre espressioni che, successivamente, si trasferiscono nella finestra principale, esse saranno precedute rispettivamente, oltre che dal segno #, anche dai numeri successivi 2, 3... seguiti da due punti. Se si vogliono eliminare i numeri d'ordine alle espressioni, si *clicca* sul comando "Opzione" e nel menu a tendina che si apre si *clicca* su "Nascondi etichette".

L'ultima riga trasferita sul monitor, ha per sfondo un rettangolo di un particolare colore. Il colore del rettangolo, così come quello dell'espressione digitata o dello sfondo della finestra o dei numeri d'ordine si possono far variare selezionando, nel menu a tendina del comando "Opzioni" la parola "Visualizzazione" e *cliccando* sui comandi, nel menu a tendina che si apre, varieranno il colore del numero d'ordine delle righe e dello sfondo della finestra. *Cliccando* su uno di tali comandi, infatti, si apre sul monitor un'altra finestra in cui sono riportati i colori tra i quali è possibile selezionare quello prescelto.

Cancellatura di una o più righe. Apertura di più pannelli di algebra

Si digiti nella finestra "Crea espressione" $3x+2$ e si trasferisca tale binomio nella finestra dell'algebra. Sul monitor sono segnate, perciò, i seguenti binomi:

$$\begin{aligned} \#1: & x + y \\ \#2: & 3 \cdot x + 2 \end{aligned}$$

e la scrittura $3 \cdot x + 2$ appare selezionata. Si supponga di dover cancellare tale riga. L'operazione si può eseguire in modi diversi: si può selezionare, nel menu a tendina di "Modifica", il comando, "Cancella" e *clicare* su di esso.

Si *clicca* sul simbolo **X** e la riga viene eliminata dal monitor e dalla memoria. Se si volessero eliminare entrambe le righe basterebbe, nel menu a tendina scegliere "Seleziona tutto" o poi *clicare* su cancella oppure digitare $\text{Ctrl}+\text{A}$ e battere il tasto canc . Più semplicemente, però, si può *clicare* nella barra degli strumenti, tante volte per quante righe si vogliono eliminare, sul simbolo **X**, che corrisponde al comando "Cancella".

Se, invece, si desidera conservare quanto è stato digitato, finché non si spegne il computer, si apre un secondo pannello di algebra selezionando il comando "Nuovo" nel menu a tendina di "File" e *cliccando* su di esso oppure battendo i tasti " $\text{Ctrl}+\text{N}$ " o *cliccando* sul primo simbolo della barra degli strumenti. Con tale procedimento compare una nuova finestra di algebra. Per richiamare la prima finestra si *clicca* sul comando "Finestra" e si noterà che nella parte inferiore del suo menu a tendina sono scritte le seguenti righe:

$$\begin{aligned} \underline{1} & \text{ Algebra 1} \\ \underline{2} & \text{ Algebra 2} \end{aligned}$$

Per richiamare il file si *clicca* su "1 Algebra 1" ed esso compare sul monitor. Se, invece, si vuole ritornare alla seconda finestra, si ripete l'operazione e si *clicca* su "2 Algebra 2" ed è possibile digitare un altro file ed eventualmente memorizzarlo come si è fatto precedentemente. Come s'intuisce si possono digitare file distinti in finestre diverse e richiamarli quando si desidera.

Scomposizione di un numero in prodotto di fattori primi

In questo e nei paragrafi seguenti, per semplicità, non saranno indicati i numeri successivi che contrassegnano le righe trasferite nella finestra dell'algebra.

Esempio

I ESEMPIO: fattorizzare il numero 9450.

Dopo aver digitato nella finestra "Crea espressione" e trasferito il numero in quella principale, si *clicca* sul comando "Fattorizza" del menu a tendina di "Semplifica" e ancora su "Fattorizza" nella finestra "Fattorizza Espressione" che si apre. Sul monitor appare:

$$2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$$

N.B.: tra i diversi fattori è interposto un punto.

Addizione**Esempi**

I ESEMPIO: eseguire la seguente addizione: $3 + 4 + 2,5$.

Si digita, nella finestra "Crea Espressione", l'operazione nel seguente modo:

$$3+4+2.5$$

Si noti che la separazione tra la parte intera e quella decimale dell'ultimo addendo si ottiene scrivendo il punto in luogo della virgola.

Se si vuole che l'addizione sia semplicemente trascritta sul monitor nella finestra dell'algebra, si *clicca* sul simbolo \surd . Se si desidera ottenere direttamente la somma, si *clicca*, invece, sul simbolo $=$. Nel caso in esame, *cliccando*, per esempio, su $=$, si ha:

$$\frac{19}{2}$$

Per ottenere la somma sotto forma decimale è necessario *clicare* sul simbolo \approx , che corrisponde al comando "approssima". Sul monitor appare:

$$9.5$$

II ESEMPIO: eseguire l'addizione $3 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + 6,5$

L'operazione si digita, nella finestra "Crea espressione", nel seguente modo:

$$3+1/2+3/4+6.5$$

Cliccando sul simbolo \surd , sul monitor si ottiene:

$$3 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + 6.5$$

Cliccando sul simbolo $=$, che corrisponde al comando "Semplifica", si ottiene:

$$\frac{43}{4}$$

e *cliccando* sul simbolo \approx , si ottiene:

$$10.75$$

La somma sotto forma decimale si può ottenere, quando l'addizione sul monitor è selezionata, *cliccando* direttamente sul simbolo \approx .

È superfluo sottolineare che gli addendi della somma possono essere anche moltissimi.

Nell'ipotesi sia scritta nell'ambiente "Crea espressione" un'addizione con moltissimi addendi si noterà che, quando il cursore arriva all'estremo a destra della riga, i primi numeri scritti scompaiono dal video. Ciò, però, non significa che essi siano stati cancellati, perché sono presenti nella memoria del computer. Basta, per verificarlo, spostare il cursore usando il tasto con la freccia rivolta a sinistra o quello con la freccia diretta a destra per spostarsi nell'uno o nell'altro verso.

Salvataggio di un file digitato sul monitor. Ricerca di un file

Se si vogliono salvare le righe che sono state trasferite nella finestra dell'algebra e conservare il file anche quando il computer viene spento, nel menu a tendina di 'File' si *clicca* sul comando "Salva" oppure si battono i tasti "Ctrl+S" oppure si *clicca*, nella barra degli strumenti, sul simbolo che corrisponde a tale comando. Nella finestra che si apre, si attribuisce un nome al file e, per esempio, il nome "Prova" e si *clicca* su "Salva". Il file viene salvato con il nome che gli è stato attribuito.

Quando si riaccende il computer e si riavvia DERIVE per richiamare il file memorizzato, si seleziona il comando "Apri" del menu a tendina di 'File'. Si apre la finestra e si scrive il nome del file nella finestra "Nome file". Si *clicca* su apri e sul monitor appare il file desiderato.

Sottrazione

Esempio

I ESEMPIO: eseguire la sottrazione $2,1234 - 8,7356$.

Dopo aver digitato nella finestra "Crea Espressione":

$$2.1234-8.7356$$

si *clicca* sul simbolo = e sul monitor appare:

$$\begin{array}{r} 33061 \\ - 5000 \\ \hline \end{array}$$

Se si desidera il risultato scritto sotto forma decimale basta *clicare* sul simbolo \approx e si otterrà:

$$-6.6122$$

Moltiplicazione

N.B.: in questo paragrafo e nei seguenti, per brevità, con l'espressione "si digita", s'intenderà indicare che la digitazione viene fatta nella finestra "Crea espressione".

Per eseguire una moltiplicazione di due o più fattori, dopo averli digitati nell'ambiente "Crea espressione" separandoli con uno spazio (i fattori negativi devono essere scritti in parentesi tonda) e dopo aver cliccato sul simbolo =, si ottiene il prodotto. È ovvio che se si vuole ottenere la moltiplicazione nella finestra dell'algebra si *clicca* sul simbolo \surd e, poi, per ottenere il prodotto si *clicca* sul simbolo = o su \approx . Si può anche interporre tra i fattori l'asterisco. In tal caso non è necessario chiudere in parentesi i fattori negativi.

Esempi

I ESEMPIO: eseguire la moltiplicazione $3 \cdot 12 \cdot (-5)$

Si digita l'operazione nel seguente modo:

$$3 \ 12(-5)$$

oppure si digita:

$$3 * 12 * - 5$$

Si noti, nel primo modo di digitazione della moltiplicazione, lo spazio lasciato tra i fattori 3 e 12, necessario per indicare che i numeri sono fattori di una moltiplicazione.

Cliccando sul simbolo \checkmark , sul monitor la moltiplicazione appare scritta nel seguente modo:

$$3 \cdot 12 \cdot (-5)$$

Cliccando sul simbolo = o su \approx , si ottiene:

$$-180$$

II ESEMPIO: eseguire la moltiplicazione $-3 \cdot 5 \cdot 2.4 \cdot \frac{5}{2}$.

Si digita:

$$-3 \ 5 \ 2.4 \ 5/2$$

Cliccando sul simbolo \checkmark sul monitor appare:

$$- \frac{3 \cdot 5 \cdot 2.4 \cdot 5}{2}$$

Cliccando sul simbolo \approx , si ottiene:

$$-90$$

III ESEMPIO: eseguire la moltiplicazione $4 \cdot 34 \cdot (-15) \cdot (-41)$

Si digita:

$$4 \ 34 \ (-15) \ (-41)$$

Cliccando sul simbolo =, si ha:

$$83640$$

Divisione

La divisione si esegue scrivendo nell'ambiente "Crea espressione" il dividendo e il divisore separati dalla barra rovesciata "/" e continuando poi come si è fatto per eseguire le operazioni precedentemente illustrate.

Esempi

I ESEMPIO: eseguire la divisione $12:32$.

Si digita:

$$12/32$$

si trasferisce quanto digitato nella finestra dell'algebra cliccando sul simbolo \checkmark e si ottiene:

$$\frac{12}{32}$$

Per ottenere il risultato sotto forma frazionaria, ma con la frazione ridotta ai minimi termini, anziché cliccare sul simbolo \checkmark , basta cliccare sul simbolo =. Si ha:

$$\frac{3}{8}$$

Se, infine, si desidera il risultato sotto forma decimale si clicca sul simbolo \approx . Si ottiene:

$$0.375$$

II ESEMPIO: eseguire la divisione 48,6:5,6.

Si digita: $48.6/5.6$

si trasferisce la divisione nella finestra dell'algebra cliccando simbolo = e si ottiene:

$$\frac{243}{28}$$

Se, infine, si vuole ottenere il risultato scritto sotto forma decimale si *clicca* sul simbolo \approx . Si ottiene:

$$8,67857$$

che è il risultato approssimato della divisione. Il numero che si deve ottenere, però, dev'essere periodico misto, dato che il denominatore della frazione (che è ridotta ai minimi termini) contiene i fattori 2 e 7. Per individuare l'antiperiodo ed il periodo è necessario aumentare il numero delle cifre decimali. A tale scopo si seleziona la frazione $\frac{243}{28}$, si battono i tasti 'Ctrl+G', che corrispondono ai comandi "Semplifica" + "Approssima" e nella finestra che si apre si scrive, accanto a "Cifre della precisione", il numero delle cifre decimali che devono essere calcolate. Si digiti, per esempio, 20. *Cliccando* su "Approssima", sul monitor si leggerà:

$$8.6785714285714285714$$

da cui si ricava il numero periodico: 8.67(857142).

Potenza

Per eseguire una potenza a^b , ove a e b sono due numeri reali, si digita nella finestra "Crea espressione": a^b .

Esempi

I esempio: calcolare: 3^{15}

Si digita: 3^15

Se si *clicca* sul simbolo \checkmark la potenza viene trasferita nella finestra principale in cui appare scritta nel seguente modo:

$$3^{15}$$

Per ottenere lo sviluppo della potenza si *clicca* sul simbolo =.

Invece di *clicare* sul simbolo \checkmark , si può *clicare* sul simbolo = e la potenza viene trasferita sviluppata nella finestra principale:

$$14348907$$

Se, infine, si *clicca* sul simbolo \approx si ottiene il risultato scritto con notazione scientifica:

$$1.4348907 \cdot 10^7$$

II ESEMPIO: calcolare $\left(\frac{3}{4}\right)^{\left(-\frac{2}{3}\right)}$

Si digita: $(3/4)^{(-2/3)}$

e cliccando sul simbolo = si ottiene:

$$\frac{2 \cdot 6^{\frac{1}{3}}}{3}$$

che significa:

$$\frac{2}{3} \sqrt[3]{6}$$

Se si clicca sul simbolo \approx , si ha:

$$1,21141\dots$$

Naturalmente si possono calcolare quante si vogliono cifre decimali, operando come si è fatto nel II esempio della divisione.

Radici

Per calcolare una radice quadrata si può digitare nella finestra "Crea espressione", "CTRL+Q" e poi il numero, oppure si può scrivere sqrt e, in una parentesi tonda, il numero oppure si può scrivere il numero elevato ad $\frac{1}{2}$.

Esempi

I ESEMPIO: calcolare la radice quadrata di 12.

Si digita: $\sqrt{12}$ oppure sqrt(12) oppure $12^{(1/2)}$.

Se si clicca sul simbolo \surd , sul monitor appare:

$$\sqrt{12}$$

Se, invece, si clicca sul simbolo =, sul monitor si ottiene:

$$2\sqrt{3}$$

Se, poi, si clicca sul simbolo \approx si ottiene un valore approssimato della radice:

$$3.46410.$$

Naturalmente il numero delle cifre decimali, quando la radice non è esatta, si può far variare a piacere operando come si è fatto nel II esempio della divisione.

II ESEMPIO: calcolare la radice quadrata di 12,363.

Nella finestra "Crea espressione" si battono i tasti "Ctrl+Q" e subito dopo si digita il numero:

$$12.363.$$

Cliccando sul simbolo =, si ottiene:

$$\frac{\sqrt{123630}}{100}$$

Se, poi, si clicca sul simbolo \approx , si ottiene un valore approssimato dell'espressione:

$$3.51610$$

III ESEMPIO: calcolare $\sqrt[5]{45}$.

Si digita: $45^{(1/5)}$

Cliccando indifferentemente sul simbolo \surd o sul simbolo =, sul monitor si ottiene:

$$45^{1/5}$$

Se, poi, si *clicca* sul simbolo \approx , si ottiene un valore approssimato della radice:

$$2,14112$$

in cui, come si è già precisato, si può far variare a piacere il numero delle cifre decimali.

IV ESEMPIO: calcolare $\sqrt[6]{15^5}$.

Si digita: $15^{(5/6)}$

e si *clicca* indifferentemente sul simbolo \surd o sul simbolo =. Sul monitor si ottiene:

$$15^{5/6}$$

Se, poi, si *clicca* sul simbolo \approx si ottiene un valore approssimato della radice:

$$9.55159$$

Calcolo del valore di un'espressione algebrica contenente numeri relativi.

Richiamo di un'espressione dalla finestra dell'algebra a quella di "Crea espressione"

D'ora in poi, per semplicità, si eviterà di indicare il procedimento, più volte ripetuto, per ottenere l'iscrizione di un'espressione nella finestra dell'algebra e s'indicherà, invece, la sola digitazione e il metodo per ottenere il risultato.

Esempio

I ESEMPIO: calcolare il valore della seguente espressione:

$$\frac{\left(-\frac{3}{4} + \frac{5}{2} - 1\right)^{-2} : \left(\frac{4}{5} - 3 + \frac{1}{2}\right)^{-3} + \frac{1966}{225}}{\left(\frac{5}{2} - \frac{2}{3} - 1\right)^2 : \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - 2\right)^2 - \frac{4498}{1125}}$$

Si digita:

$$\left(\left(-3/4+5/2-1\right)^{-2}\right)/\left(\left(4/5-3+1/2\right)^{-3}\right)+1966/225/\left(\left(5/2-2/3-1\right)^2/\left(\left(3/4+5/6-2\right)^2-4498/1125\right)\right)$$

cliccando sul simbolo \surd , l'espressione viene trasferita sul monitor.

Cliccando sul simbolo = si ottiene il valore: 2.

N.B.: se, per caso, osservando l'espressione sul monitor, si nota che essa è stata scritta in forma errata perché non sono state digitate le parentesi nel modo giusto oppure perché qualche numero è sbagliato o perché è stato commesso un qualsiasi altro errore di digitazione e si vuole richiamare l'espressione nella finestra "Crea espressione" per correggerla, basta battere il tasto "F3" e procedere alla digitazione corretta spostandosi nell'espressione con i tasti freccia (a sinistra o a destra).

Calcolo del valore numerico di un'espressione letterale per assegnati valori delle lettere

Esempio

I ESEMPIO: calcolare il valore numerico che assume la seguente espressione letterale:

$$\frac{(a+b)^2(a^2+3b^2)+x^2}{(a-b)^3(2a+3b)-x^2}$$

quando ad a , b e x si attribuiscono rispettivamente i valori: $-\frac{2}{3}$, $\frac{1}{15}$, $-\frac{8}{9}$.

Si digita: $((a+b)^2(a^2+3b^2)+x^2)/((a-b)^3(2a+3b)-x^2)$

si *clicca* sul simbolo \checkmark e l'espressione viene trasferita nella finestra dell'algebra:

$$\frac{(a+b)^2(a^2+3b^2)+x^2}{(a-b)^3(2a+3b)-x^2}$$

ed appare selezionata. A questo punto si *clicca*, nella barra degli strumenti, sul tasto "Sub" e si apre la finestra "Sostituisci variabili in # ..." in cui sono aperte la finestra con elencate le lettere alle quali si devono sostituire i valori e la finestra "Nuovo valore", in cui dovranno essere digitati i numeri che devono essere sostituiti alle lettere. Per effettuare le sostituzioni si procede nel seguente modo: nell'elenco delle variabili è selezionata la lettera x ed il cursore oscilla nella finestra accanto a "Nuovo valore". Si digita $-8/9$ e, poi, con il mouse, si seleziona nella finestra delle variabili la lettera a , si *clicca* nella finestra "Nuovo valore" per spostare ivi il cursore (oppure si battono i tasti Alt+N) e si digita il valore di a , $-2/3$. In modo analogo si procede per digitare la frazione $\frac{1}{15}$ che dev'essere sostituita a b . A questo punto, se si *clicca* sul simbolo \checkmark , sul monitor compare l'espressione numerica che si ottiene effettuando le sostituzioni:

$$\frac{\left(-\frac{2}{3} + \frac{1}{15}\right)^2 \left(\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{15}\right)^2\right) + \left(-\frac{8}{9}\right)^2}{\left(-\frac{2}{3} - \frac{1}{15}\right)^3 \left(2\left(-\frac{2}{3}\right) + 3\left(\frac{1}{15}\right)\right) - \left(-\frac{8}{9}\right)^2}$$

Se, invece, si *clicca* sul simbolo $=$, si ottiene direttamente il risultato dell'espressione:

$$-\frac{48343}{17373}$$

Riduzione di termini simili

Esempio

I ESEMPIO: semplificare la seguente espressione:

$$\frac{2}{3}a^2b^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}a^2b^3 - \frac{5}{2}a^2b^3 + \frac{3}{4}x^2 + x^2.$$

Si digita: $2/3a^2b^3-1/2x^2+3/4a^2b^3-5/2a^2b^3+3/4x^2+x^2$

Si *clicca* sul simbolo $=$ e si ottiene:

$$\frac{5 \cdot x^2}{4} - \frac{13 \cdot a^2 \cdot b^3}{12}$$

Moltiplicazione di monomi

Esempio

I ESEMPIO: eseguire la seguente moltiplicazione:

$$-\frac{3}{4} a^6 b x^2 \left(-\frac{5}{2} a^3 b^2\right) \frac{3}{4} b^3 x^4 \left(-\frac{8}{75} a b^{-3} x^{-5}\right).$$

Si digita: $-3/4a^6bx^2(-5/2a^3b^2)(3/4b^3x^4)(-8/75a b^{-3}x^{-5})$

Si clicca sul simbolo = e si ottiene: $-\frac{3 \cdot a^{10} \cdot b^3 \cdot x}{20}$

Divisione di monomi

Esempio

I ESEMPIO: eseguire la seguente divisione:

$$\left(-\frac{3}{4} x^2 y^3 z\right) : \left(-\frac{2}{3} x y^2 z^4\right).$$

Si digita: $(-3/4x^2y^3z)/(-2/3xy^2z^4)$.

Si clicca sul simbolo = e si ottiene: $\frac{9 \cdot x \cdot y}{8 \cdot z^3}$

Potenza di un monomio

Esempio

I ESEMPIO: calcolare: $\left[\left(-\frac{3}{4} a^2 b^3 c\right)^2\right]^3$.

Si digita: $((-3/4a^2b^3c)^2)^3$

Si clicca sul simbolo = e si ottiene: $\frac{729 \cdot a^{12} \cdot b^{18} \cdot c^6}{4096}$

Calcolo del valore di un'espressione contenente operazioni con monomi

Esempio

I ESEMPIO: calcolare:

$$\left[-\frac{3}{4} a^2 b^3 x + \frac{2}{3} a^2 b^3 x - \frac{1}{2} a^2 b \left(\frac{2}{5} b^2 x\right)\right] : \left[\frac{3}{4} a b + \left(\frac{5}{2} a^3 b^2 x + \frac{3}{4} a^3 b^2 x - \frac{1}{3} a^3 b^2 x\right)\right] : \left(-\frac{35}{12} a^2 b x\right)^2.$$

Si digita:

$(-3/4a^2b^3x+2/3a^2b^3x-1/2a^2b(2/5b^2x))/(3/4ab+(5/2a^3b^2x+3/4a^3b^2x-1/3a^3b^2x))/(-35/12a^2bx)^2$

Si clicca sul simbolo = e si ottiene: $-\frac{68 \cdot b \cdot x}{15}$

Addizione di polinomi

Esempio

I ESEMPIO: eseguire la seguente addizione:

$$\left(\frac{1}{2}a^2 - 3ab + \frac{4}{3}b^2\right) + \left(\frac{2}{3}a^2 + \frac{1}{2}ab - 3b^2\right) + \left(\frac{3}{4}a^2 + ab + \frac{5}{2}b^2\right).$$

Si digita: $(1/2a^2-3ab+4/3b^2)+(2/3a^2+1/2ab-3b^2)+(3/4a^2+ab+5/2b^2)$.

Si clicca sul simbolo \checkmark e si ottiene:

$$\frac{23 \cdot a^2}{12} - \frac{3 \cdot a \cdot b}{2} + \frac{5 \cdot b^2}{6}$$

Sottrazione di polinomi

Esempio

I ESEMPIO: eseguire la sottrazione: $\left(\frac{4}{3}a^2b + \frac{3}{4}ab^2 - \frac{1}{2}b^3\right) - \left(\frac{2}{5}a^2b - \frac{1}{2}ab^2 + \frac{1}{3}b^3\right)$.

Si digita: $(4/3a^2b + 3/4ab^2 - 1/2b^3) - (2/5a^2b - 1/2ab^2 + 1/3b^3)$

Si clicca sul simbolo \checkmark e si trasferisce l'espressione sul monitor. Si clicca sul comando "Semplifica" nella barra dei menu e poi su "Sviluppa" del menu a tendina. Nella finestra che si apre si seleziona anche la lettera b , si clicca su "Sviluppa" e si ottiene:

$$\frac{14 \cdot a^2 \cdot b}{15} + \frac{5 \cdot a \cdot b^2}{4} - \frac{5 \cdot b^3}{6}$$

Somma algebrica

Esempio

I ESEMPIO: calcolare: $\frac{2}{3}x^2 - \left\{ \frac{1}{2}x^2 + y^2 - \left[\frac{4}{3}xy - \frac{1}{2}y^2 + \left(\frac{3}{4}x^2 + xy - \frac{2}{3}y^2 \right) - \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{3}{4}xy - \frac{5}{2}y^2 \right) \right] \right\}$

Si digita: $2/3x^2 - (1/2x^2 + y^2 - (4/3xy - 1/2y^2 + (3/4x^2 + xy - 2/3y^2) - (1/3x^2 - 3/4xy - 5/2y^2)))$

Si clicca sul simbolo \checkmark e si trasferisce l'espressione sul monitor.

Si clicca sul comando "Semplifica" nella barra dei menu e poi su "Sviluppa" nel menu a tendina. Nella finestra che si apre si seleziona anche la lettera y , si clicca su "Sviluppa" e si ottiene:

$$\frac{7 \cdot x^2}{12} + \frac{37 \cdot x \cdot y}{12} + \frac{y^2}{3}$$

Moltiplicazione di un monomio per un polinomio e di polinomi. Potenza di un polinomio

Esempi

I ESEMPIO: eseguire la seguente moltiplicazione: $-\frac{3}{4}a^2xy^3 \left(-\frac{2}{3}a^3x^2 + \frac{1}{2}aby^3 - \frac{4}{3}a^3b^2x^3y^4 \right)$.

Si digita: $-3/4a^2xy^3 (-2/3a^3x^2 + 1/2aby^3 - 4/3a^3b^2x^3y^4)$

Si *clicca* sul simbolo ✓ e si trasferisce l'espressione sul monitor.

Si *clicca* su "Sviluppa" nel menu a tendina di "Semplifica" e si apre una finestra. Si selezionano tutte le lettere, si *clicca* su "Sviluppa" e si ottiene:

$$x^4 y^7 a^5 b^2 + \frac{x^3 \cdot y^3 \cdot a^5}{2} - \frac{3 \cdot x \cdot y^6 a^3 \cdot b}{8}$$

II ESEMPIO: calcolare: $\left(\frac{4}{5} a^m b^n + \frac{2}{3} a^{m+1} b^{n+1} - \frac{5}{2} a^2 b^{n+2}\right) \left(\frac{2}{5} a^m b^n\right)$

Si digita: $(4/5a^m b^n + 2/3a^{(m+1)}b^{(n+1)} - 5/2a^2 b^{(n+2)})(2/5a^m b^n)$

Si *clicca* sul simbolo ✓ e si ottiene:

$$\left(\frac{4 \cdot a^m \cdot b^n}{5} + \frac{2 \cdot a^{m+1} b^{n+1}}{3} - \frac{5 \cdot a^2 \cdot b^{n+2}}{2}\right) \frac{2 \cdot a^m \cdot b^n}{5}$$

Si *clicca* sul comando "Sviluppa" nel menu a tendina di "Semplifica" o si battono i tasti "Ctrl+E". Nella finestra che si apre si *clicca* su "Sviluppa" e si ottiene:

$$\frac{4 \cdot a^{2m+1} \cdot b^{2n+1}}{15} + \frac{8 \cdot a^{2m} b^{2n}}{25} - a^{m+2} b^{2(m+1)}$$

III ESEMPIO: eseguire la moltiplicazione: $(a^m + b^n)(a^m - b^n)(a^{2m} + b^{2n})$.

Si digita: $(a^m + b^n)(a^m - b^n)(a^{(2m)} + b^{(2n)})$

Si *clicca* sul simbolo = e si ottiene:

$$a^{4m} - b^{4n}$$

IV ESEMPIO: eseguire la seguente moltiplicazione: $\left(\frac{2}{3} a^2 + \frac{3}{4} ab + b^2\right) \left(2a - \frac{3}{2} b\right) \left(\frac{1}{2} a^2 + ab - \frac{3}{4} b^2\right)$

Si digita: $(2/3a^2 + 3/4a b + b^2)(2a - 3/2b)(1/2a^2 + a b - 3/4b^2)$

Si *clicca* sul simbolo ✓ e si ottiene:

$$\left(\frac{2}{3} \cdot a^2 + \frac{3}{4} \cdot a \cdot b + b^2\right) \left(2 \cdot a - \frac{3}{2} \cdot b\right) \left(\frac{1}{2} \cdot a^2 + a \cdot b - \frac{3}{4} \cdot b^2\right)$$

Si *clicca* sul comando "Sviluppa" del menu a tendina di "Semplifica" o si battono i tasti "Ctrl+E". Nella finestra che si apre si *clicca* su "Sviluppa" e si ottiene:

$$\frac{2 \cdot a^5}{3} + \frac{19 \cdot a^4 \cdot b}{12} - \frac{a^3 \cdot b^2}{16} - \frac{a^2 \cdot b^3}{4} - \frac{69 \cdot a \cdot b^4}{32} + \frac{9 \cdot b^5}{8}$$

V ESEMPIO: sviluppare la seguente potenza: $\left(\frac{2}{3} x^2 y^3 - \frac{3}{4} x^3 y^2\right)^2$

Si digita:

$$(2/3x^2y^3 - 3/4x^3y^2)^2$$

Si *clicca* sul simbolo ✓ e si ottiene:

$$\left(\frac{2}{3} \cdot x^2 \cdot y^3 - \frac{3}{4} \cdot x^3 \cdot y^2\right)^2$$

Si *clicca* sul comando "Sviluppa" del menu a tendina di "Semplifica" o si battono i tasti "Ctrl+E". Nella finestra che si apre si *clicca* su "Sviluppa" e si ottiene:

$$\frac{9 \cdot x^6 \cdot y^4}{16} - x^5 \cdot y^5 + \frac{4 \cdot x^4 \cdot y^6}{9}$$

VI ESEMPIO: sviluppare la seguente potenza: $\left(-\frac{1}{2}a^3x^m + \frac{2}{3}a^my^2\right)^3$

Si digita:

$$(-1/2a^3x^m+2/3a^m y ^2)^3.$$

Si *clicca* sul simbolo \checkmark e si ottiene:

$$\left(-\frac{1}{2} \cdot a^3 \cdot x^m + \frac{2}{3} \cdot a^m \cdot y^2\right)^3$$

Si *clicca* sul comando "Sviluppa" del menu a tendina di "Semplifica" o si battono i tasti "Ctrl+E". Nella finestra che si apre si *clicca* su "Sviluppa" e si ottiene:

$$-\frac{a^9 \cdot x^{3m}}{8} + \frac{y^2 \cdot a^{6+m} \cdot x^{2m}}{2} - \frac{2 \cdot y^4 \cdot a^{3+2m} \cdot x^m}{3} + \frac{8 \cdot y^6 \cdot a^{3m}}{27}$$

VII ESEMPIO: sviluppare la seguente potenza: $(3a - 2b)^5$.

Si digita:

$$(3a - 2b)^5.$$

Si *clicca* sul simbolo \checkmark e si ottiene:

$$(3 \cdot a - 2 \cdot b)^5.$$

Si *clicca* sul comando "Sviluppa" del menu a tendina di "Semplifica" o si battono i tasti "Ctrl+E". Nella finestra che si apre si *clicca* su "Sviluppa" e si ottiene:

$$243 \cdot a^5 - 810 \cdot a^4 \cdot b + 1080 \cdot a^3 \cdot b^2 - 720 \cdot a^2 \cdot b^3 + 240 \cdot a \cdot b^4 - 32 \cdot b^5$$

Divisione di un polinomio per un monomio e di due polinomi

Esempi

I ESEMPIO: eseguire la seguente divisione: $\left(\frac{4}{3}a^4b^2cx + \frac{2}{3}a^3bc^2y - \frac{4}{5}a^2bc\right) : \left(\frac{4}{5}a^2bc\right)$.

Si digita:

$$(4/3a^4b^2cx+2/3a^3bc^2y-4/5a^2bc)/(4/5a^2bc).$$

Si *clicca* sul simbolo = e si ottiene:

$$\frac{10 \cdot x \cdot a^2 \cdot b + 5 \cdot y \cdot a \cdot c - 6}{6}$$

Si *clicca* sul comando "Sviluppa" del menu a tendina di "Semplifica" ed ancora su "Sviluppa" dopo aver selezionato tutte lettere e si ottiene:

$$\frac{5 \cdot x \cdot a^2 \cdot b}{6} + \frac{5 \cdot y \cdot a \cdot c}{6} - 1$$

II ESEMPIO: eseguire la seguente divisione: $\left(\frac{4}{3}a^6b^5 - \frac{5}{4}a^6b^6 + \frac{3}{2}a^4b^3 - \frac{6}{7}a^6b^4\right) : \left(-\frac{2}{7}a^4b^3\right)$.

Si digita: $(4/3a^6b^5-5/4a^6b^6+3/2a^4b^3-6/7a^6b^4)/(-2/7a^4b^3)$

Si *clicca* sul simbolo = e si ottiene:

$$\frac{72 \cdot a^2 \cdot b - 112 \cdot a \cdot b^2 + 21(5 \cdot b^3 - 6)}{24}$$

Si *clicca* sul comando "Sviluppa" del menu a tendina di "Semplifica" ed ancora su tale comando dopo aver selezionato tutte lettere nella finestra che si apre e si ottiene:

$$3 \cdot a^2 \cdot b - \frac{14 \cdot a \cdot b^2}{3} + \frac{35 \cdot b^3}{8} - \frac{21}{4}$$

III ESEMPIO: eseguire la seguente divisione: $(4a^4 - 7a^3 + 5a^2 - 3a + 1) : (a - 1)$.

Si digita: $(4a^4-7a^3+5a^2-3a+1):(a-1)$.

Si *clicca* sul simbolo = e si ottiene:

$$4 \cdot a^3 - 3 \cdot a^2 + 2 \cdot a - 1 \text{ e cioè:}$$

$$Q = 4a^3 - 3a^2 + 2a - 1; R = 0.$$

IV ESEMPIO: eseguire la seguente divisione: $(4a^5 - 13a^4 + 28a^3 - 28a^2 + 20a - 5) : (a^2 - 2a + 3)$

Si digita:

$$(4a^5-13a^4+28a^3-28a^2+20a-5)/(a^2-2a+3)$$

Si *clicca* sul simbolo = e si ottiene:

$$\frac{4 \cdot a^5 - 13 \cdot a^4 + 28 \cdot a^3 - 28 \cdot a^2 + 20 \cdot a - 5}{a^2 - 2 \cdot a + 3}$$

Si *clicca* sul comando "Sviluppa" del menu a tendina di "Semplifica" (oppure si battono i tasti "Ctrl+E"). Nella finestra che si apre, si *clicca* ancora sul comando "Sviluppa" e si ottiene:

$$-\frac{2}{a^2 - 2 \cdot a + 3} + 4 \cdot a^3 - 5 \cdot a^2 + 6 \cdot a - 1$$

da cui si ricava:

$$Q = 4a^3 - 5a^2 + 6a - 1$$

$$R = (a^2 - 2a + 3) \left(-\frac{2}{a^2 - 2 \cdot a + 3} \right) = -2$$

V ESEMPIO: eseguire la seguente divisione: $\left(\frac{4}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 7x + \frac{3}{4}\right) : \left(\frac{2}{3}x + \frac{2}{5}\right)$.

Si digita: $(4/3x^3-5/2x^2-7x+3/4)/(2/3x+2/5)$

Si *clicca* sul simbolo ✓ e si ottiene:

$$\frac{\frac{4}{3} \cdot x^3 - \frac{5}{2} \cdot x^2 - 7x + \frac{3}{4}}{\frac{2}{3}x + \frac{2}{5}}$$

Si *clicca* sul comando "Sviluppa" del menu a tendina di "Semplifica" (oppure si battono i tasti "Ctrl+E"). Nella finestra che si apre, si *clicca* ancora sul comando "Sviluppa" e si ottiene:

$$\frac{5643}{200 \cdot (5 \cdot x + 3)} + 2 \cdot x^2 - \frac{99 \cdot x}{20} - \frac{753}{100}$$

da cui si ricava:

$$Q = 2x^2 - \frac{99x}{20} - \frac{750}{100}$$

$$R: \left(\frac{2}{3}x + \frac{2}{5}\right) \frac{5643}{200 \cdot (5 \cdot x + 3)} = \frac{1881}{500}$$

VI ESEMPIO: eseguire la seguente divisione:

$$\left(\frac{4}{3}a^3 - \frac{5}{2}a^2 + 6a - \frac{3}{4}\right) : \left(\frac{2}{3}a^2 - \frac{1}{2}a - 2\right)$$

Si digita:

$$(4/3a^3 - 5/2a^2 + 6a - 3/4) / (2/3a^2 - 1/2a - 2)$$

Si *clicca* sul simbolo = e si ha:

$$\frac{16 \cdot a^3 - 30 \cdot a^2 + 72 \cdot a - 9}{2 \cdot (4 \cdot a^2 - 3 \cdot a - 12)}$$

Si *clicca* sul comando "Sviluppa" del menu a tendina di "Semplifica" (oppure si battono i tasti "Ctrl+E"). Nella finestra che si apre, si *clicca* ancora sul comando "Sviluppa" e si ottiene:

$$\frac{213 \cdot a}{4 \cdot (4 \cdot a^2 - 3a - 12)} - \frac{63 \cdot a}{2 \cdot (4 \cdot a^2 - 3a - 12)} + 2a - \frac{9}{4}$$

e cioè:

$$Q = 2a - \frac{9}{4},$$

$$R = \left(\frac{2}{3}a^2 - \frac{1}{2}a - 2\right) \left[\frac{213 \cdot a}{4 \cdot (4 \cdot a^2 - 3 \cdot a - 12)} - \frac{63 \cdot a}{2 \cdot (4 \cdot a^2 - 3 \cdot a - 12)} \right] = \frac{71}{8}a - \frac{21}{4}.$$

Naturalmente anche la moltiplicazione mediante la quale si ricava il resto della divisione si può digitare nella finestra "Crea Espressione" e calcolare il prodotto.

I sistemi di numerazione

Il programma è predisposto per scrivere ed operare con numeri in base dieci. È possibile, però, scrivere ed eseguire operazioni con numeri in base diversa da dieci. Si può, per esempio, scrivere i numeri in base dieci nella finestra "Crea Espressione" e trasferirli nella finestra dell'algebra scritti in una base b diversa da dieci, ove b è un numero intero tale che $2 \leq b \leq 36$. Se la base prescelta è dieci, essa è indicata con la lettera A e così via, fino alla lettera Z con cui s'indica, il numero 35. Per trasformare un numero in base dieci nel numero in base b , si *clicca* sul comando "Dichiara" e si *clicca* sul comando "Impostazioni di output" (o si battono i tasti Ctrl+Alt+0) nel menu a tendina che si apre. Si scrive la base b nella finestra a destra di "Base" e si *clicca* su "OK". Sul monitor appare:

$$\text{Base} := b.$$

Ovviamente è superfluo operare nella finestra "Impostazioni di input" (Ctrl+Alt+1) perché il programma è già predisposto per la scrittura dei numeri in base dieci.

A questo punto, digitando un qualsiasi numero in base dieci nella finestra "Crea espressione" e *cliccando* su uno qualsiasi dei simboli a sinistra della finestra,, sul monitor viene trasferito il numero nella base b prescelta.

I ESEMPIO: trasformare il numero 324_{dieci} nel numero in base 6.

Si *clicca* sul comando "Dichiara" nella barra dei menu e nel menu a tendina che si apre, si *clicca* su "Impostazioni di output" e, nella finestra "Impostazioni di output", si scrive 6 accanto a "Base" e si *clicca* su "OK". Sul monitor appare:

OutputBase := 10

Nella finestra "Crea espressione" si digita il numero 324 e si *clicca* su uno qualsiasi dei simboli alla sua destra. Sul monitor appare:

1300

Si ha, infatti:

$$1300_{\text{sei}} = (1 \cdot 6^3 + 3 \cdot 6^2)_{\text{dieci}} = (216 + 108)_{\text{dieci}} = 324_{\text{dieci}}.$$

Naturalmente si può scrivere il numero in una determinata base diversa da 10 (per esempio 6) ed ottenere sul monitor il numero scritto in base dieci o in un'altra base b tale che $2 \leq b \leq 36$.

II ESEMPIO: trasformare il numero 1300_{sei} nel numero in base 10.

Si apra una **nuova** finestra dell'algebra. Ciò fatto nel sottomenu di "Dichiara" si *clicchi* su "Impostazioni di input". Nella finestra "Impostazioni di input" si scriva 6 accanto a "Base" e si *clicchi* su "OK". Sul monitor appare:

InputBase := 6

Nella finestra "Crea espressione" si digita il numero 1300 e, *cliccando* su uno qualsiasi dei simboli a sinistra della finestra, si ottiene il numero nella base dieci:

324

Si può ancora digitare un numero in un base b diversa da 10 e trasferirlo sul monitor in base b_1 diversa da b e da 10.

III ESEMPIO: trasformare il numero 125 in base 7 nel numero in base 4.

Si apra una **nuova** finestra dell'algebra. Si digiti nella finestra "Crea espressione" : InputBase := 7 e si *clicchi* su uno qualsiasi dei simboli alla sinistra della finestra. Si digiti, poi, nella finestra "Crea espressione": OutputBase := 4 e si *clicchi* su uno qualsiasi dei simboli alla sinistra della finestra. Sul monitor appare:

InputBase := 7
OutputBase := 10

Nella finestra "Crea espressione" si digiti 125 e si "clicchi" su uno qualsiasi dei simboli alla sinistra della finestra. Sul monitor appare: 1010.

Sussiste, quindi, l'uguaglianza:

$$125_{\text{sette}} = 1010_{\text{quattro}}$$

Se, invece, si sceglie la stessa base, per esempio 3, rispettivamente in entrata ed in uscita, nella finestra "Crea espressione" i numeri possono essere scritti soltanto in base tre e cioè utilizzando esclusivamente le cifre 0, 1 e 2. Se si digita, per esempio, nella suddetta finestra il numero 212, *cliccando* su uno qualsiasi dei simboli alla sinistra della finestra sul video si leggerà: 212. È chiaro che tale numero deve intendersi scritto in base tre.

Operazioni con numeri scritti in una qualsiasi base $\in [2; 36]$. Risultati scritti nella stessa base

Si possono scrivere operazioni con numeri in una qualsiasi base e ottenere che l'operazione e il risultato siano scritti nella finestra dell'algebra nella stessa base.

Esempi

I ESEMPIO: eseguire la seguente addizione di numeri in base due: $1110101+1111+110011$

Si seleziona il comando "Impostazione input" nel menu a tendina di "Dichiara" e nel secondo menu a tendina che si apre si scrive Binary accanto a Base e si clicca su "OK". Sul monitor compare la scritta:

InputBase := Binary

Si seleziona il comando "Impostazione output" nel menu a tendina di "Dichiara" e nel secondo menu a tendina che si apre si scrive Binary accanto a Base e si clicca su "OK". Sul monitor compare:

OutputBase := Binary

Nella finestra "Crea espressione", si digita:

$1110101+1111+110011$

e si *clicca* sul simbolo \checkmark . L'addizione viene trascritta sul monitor. Si *clicca* sul simbolo = e si ottiene la somma:

10110111

Se, dopo aver digitato l'addizione nella finestra "Crea espressione", si *clicca* sul simbolo = anziché su \checkmark , si ottiene direttamente la somma trascritta sul monitor.

II ESEMPIO: eseguire la seguente sottrazione di numeri in base tre: $22011 - 122102$

Si apre una nuova finestra dell'algebra perché i numeri sono dati in una base diversa da quella con cui sono stati scritti quelli nella prima finestra.

Per immettere in Input la base tre, anziché seguire il procedimento di cui al precedente esempio, si può digitare, nella finestra "Crea espressione", InputBase := 3 e *cliccare* sul primo simbolo alla sinistra della finestra. Sul monitor compare la scritta:

InputBase := 3

Per immettere in Output la base tre si può digitare, nella finestra "Crea espressione" OutputBase := 10 e si *clicca* sul primo simbolo alla sinistra della finestra. Sul monitor compare la scritta:

OutputBase:= 10

Nella finestra "Crea espressione", si digita:

$22011-122102$

e si *clicca* su uno qualsiasi dei simboli alla sinistra della finestra per ottenere la trascrizione della sottrazione o della differenza o di entrambe le scritture sul monitor.

-100021

III ESEMPIO: eseguire la moltiplicazione di numeri in base quattro: $3301(-232)$.

Si apre una nuova finestra dell'Algebra.

Per immettere in Input la base quattro si segue il procedimento indicato prima. Sul monitor compare la scritta:

InputBase := 4

Per immettere in Output la base quattro si segue il procedimento indicato prima. Sul monitor compare la scritta:

OutputBase:= 4

Nella finestra "Crea espressione", si digita:

3301(-232)

Se, dopo aver digitato la moltiplicazione, si *clicca* su uno dei simboli alla sua sinistra si ottiene sul monitor la trascrizione della moltiplicazione o del prodotto o di entrambi:

-2231032

IV ESEMPIO: eseguire la seguente divisione di numeri in base cinque: $-43012:(-2402)$.

Si apre una nuova finestra dell'Algebra.

Per immettere in Input la base cinque si segue il procedimento indicato poc'anzi. Sul monitor compare la scritta:

InputBase := 5

Per immettere in Output la base cinque si segue il solito procedimento. Sul monitor compare la scritta:

OutputBase := 10

Nella finestra "Crea espressione", si digita:

-43012/(-2402)

Se si *clicca* sul primo simbolo alla sinistra della finistra la divisione viene trascritta sul monitor nel seguente modo:

$$\frac{-43012}{-2402}$$

Se si *clicca* sul secondo simboli che corrisponde al comando "Semplifica" si ottiene:

$$\frac{1011}{31}$$

Se si *clicca* sul simbolo \approx si ottiene il quoziente approssimato:

13.04320432

Il risultato è il numero periodico $13,(0432)_{\text{cinque}}$.

Naturalmente il numero delle cifre decimali può essere variato a piacere. Nel menu a tendina del comando "Semplifica" si *clicca* su "Approssima" e accanto a "Cifre della precisione", il numero di cifre decimali desiderato si scrive anch'esso in base cinque.

V ESEMPIO: eseguire la seguente potenza di numeri in base sei: 12^4

Si apre una nuova finestra dell'Algebra.

Si segue il solito procedimento per immettere in entrata ed uscita la base 6. Sul monitor compare la scritta:

InputBase := 6

OutputBase := 10

Nella finestra "Crea espressione", si digita:

12^4

e si *clicca* sul simbolo \surd . La potenza viene trascritta sul monitor nel seguente modo:

$$12^4$$

Si *clicca* sul simbolo = e si ottiene:

$$30544$$

Se, dopo aver digitato la potenza, si *clicca* sul simbolo = anziché sul simbolo \surd , si ottiene direttamente il risultato trascritto sul monitor.

VI ESEMPIO: *calcolare il valore della seguente espressione (i numeri sono scritti in base due):*
 $[10^{11} - (101 \cdot 111 + 100100:1100)^{10}] \cdot 100 - 1111$

Si apre una nuova finestra dell'Algebra.

Si segue il solito procedimento per immettere in entrata ed uscita la base 2. Sul monitor compare la scritta:

InputBase := Binary
OutputBase := Binary

Nella finestra "Crea espressione", si digita:

$$(10^{11} - (101 \cdot 111 + 100100/1100)^{10})100 - 1111$$

e si *clicca* sul simbolo \surd . L'espressione viene trascritta sul monitor nel seguente modo:

$$\left(10^{11} - \left(101 \cdot 111 + \frac{100100}{1100}\right)^{10}\right) \cdot 100 - 1111$$

Si *clicca* sul simbolo = e si ottiene:

$$-1011001111111$$

Se, dopo aver digitato l'espressione si *clicca* sul simbolo = anziché sul simbolo \surd , si ottiene direttamente il risultato trascritto sul monitor.

Operazioni con numeri scritti in una qualsiasi base. Risultati scritti in una base diversa

Si possono scrivere operazioni con numeri in una qualsiasi base e ottenere che l'operazione e il risultato siano scritti nella finestra dell'algebra in una base diversa. È possibile scrivere, per esempio, nella finestra "Crea espressione" operazioni con i numeri nella base dieci, trasferirli sul monitor scritti nella base due ed ottenere il risultato delle operazioni in base due.

Esempi

I ESEMPIO: *calcolare la somma $32_{dieci} + 25_{dieci}$ scrivendo nella finestra dell'algebra i numeri e il risultato in base due:*

Si apre una nuova finestra dell'algebra. Si segue il procedimento più volte indicato per immettere in uscita la base 2.

Si scriva nella finestra "Crea espressione" $32 + 25$ e si *clicchi* sul simbolo \surd . Sul monitor appaiono successivamente le seguenti righe:

OutputBase := 10
100000 + 11001

Cliccando sul simbolo = si ottiene:

$$111001$$

e cioè:

$$100000_{\text{due}} + 11001_{\text{due}} = 111001_{\text{due}}$$

Naturalmente si può ottenere direttamente il risultato dell'addizione, dopo averla digitato, *clickando* sul simbolo = anziché sul simbolo ✓.

II ESEMPIO: eseguire la seguente sottrazione: $41_{\text{dieci}} - 57_{\text{dieci}}$ dopo aver scritto nella finestra dell'algebra l'operazione con i numeri in base due.

Si digita:

$$41 - 57$$

e si clicca sul simbolo ✓. Sul monitor appare:

$$101001 - 111001$$

Cliccando sul simbolo = si ottiene la differenza:

$$-10000$$

III ESEMPIO: eseguire la moltiplicazione $14_{\text{dieci}} \cdot 18_{\text{dieci}}$ dopo aver scritto nella finestra dell'algebra i numeri in base due.

Si digita:

$$14 \cdot 18$$

e si clicca sul simbolo ✓. Sul monitor appare:

$$1110 \cdot 10010$$

e *clickando* sul simbolo =, si ottiene il prodotto:

$$11111100$$

IV ESEMPIO: eseguire la seguente divisione: $48_{\text{dieci}} : 12_{\text{dieci}}$ dopo aver scritto nella finestra dell'algebra i numeri in base due.

Si digita:

$$48/12$$

e si *clicka* sul simbolo ✓. Sul monitor appare:

$$\frac{110000}{1100}$$

e *clickando* sul simbolo =, si ottiene il quoto:

$$100$$

V ESEMPIO: eseguire la seguente divisione $19_{\text{dieci}} : 3_{\text{dieci}}$ dopo aver scritto nella finestra dell'algebra i numeri in base due.

Si digita:

$$19/3$$

e si *clicka* sul simbolo ✓. Sul monitor appare:

$$\frac{10011}{11}$$

e *clickando* sul simbolo \approx si ottiene il quoziente approssimato alla sesta cifra decimale:

$$110.010101$$

e cioè:

$$10011_{\text{due}} \cdot 11_{\text{due}} = 110,010101_{\text{due}}$$

Il numero delle cifre decimali si può aumentare o diminuire impartendo il comando "Approssima" nel menu a tendina di "Semplifica" (oppure battendo i tasti ("Ctrl+G") e scrivendo, nella finestra che si apre, accanto a "Cifre della precisione" il numero delle cifre decimali che devono essere scritte.

VI ESEMPIO: eseguire la seguente potenza 6^3_{dieci} dopo aver scritto nella finestra dell'algebra i numeri in base due.

Si digita: 6^3

e si *clicka* sul simbolo \surd . Sul monitor appare:

$$110^{11}$$

e *clickando* sul simbolo =, si ottiene: 11011000

VII ESEMPIO: si calcoli il valore della seguente espressione: $(3 \cdot 6 + 15 \cdot 4 - 18 : 2)^2 \cdot 7$ in cui i numeri sono scritti in base dieci, dopo averli scritti nella finestra dell'algebra nella base due.

Si digita: $(3 \cdot 6 + 15 \cdot 4 - 18/2)^2 \cdot 7$

e si *clicka* sul simbolo \surd . Sul monitor si legge:

$$\left[11 \cdot 110 + 1111 \cdot 100 - \frac{10010}{10} \right]^{10} \cdot 111$$

e *clickando* sul simbolo =, si ottiene:

$$1000001000101111$$

Fattorizzazione di polinomi

L'operazione di fattorizzazione di un polinomio si esegue digitando il polinomio nella finestra "Crea espressione" e trasferendolo sul monitor. Si *clicka*, poi, sul comando "Fattorizza" del menu a tendina di "Semplifica" (o, più semplicemente, dopo aver trasferito il polinomio sul monitor, si digitano i tasti Ctrl+F1 e, quindi, si *clicka* ancora su "Fattorizza" nella finestra che si apre (o si battono i tasti Alt+F).

Esempi

I ESEMPIO: scomporre in prodotto di fattori primi il polinomio: $6a^5b + 2a^4b^2 - 6a^3b^2 - 2a^2b^3$.

Si digita: $6a^5b + 2a^4b^2 - 6a^3b^2 - 2a^2b^3$

Si *clicka* su uno dei simboli a sinistra della finestra e si trasferisce l'espressione nella finestra dell'algebra. S'impartisce il comando "Fattorizza" nel menu a tendina di "Semplifica" (oppure si battono i tasti "Ctrl+F") e si *clicka* ancora su "Fattorizza" (oppure si battono i tasti "Alt+F") essendo il comando "Razionale" già selezionato nella finestra "Fattorizza espressione". Si ottiene:

$$2 \cdot a^2 \cdot b \cdot (a^2 - b) \cdot (3 \cdot a + b)$$

II ESEMPIO: fattorizzare: $\frac{75}{4}x^4y - \frac{27}{4}x^2y^3$.

Si digita: $75/4x^4y - 27/4x^2y^3$.

Si *clicca* su uno dei simboli a sinistra della finestra e si trasferisce l'espressione nella finestra dell'algebra. S'impartisce il comando "Fattorizza" nel menu a tendina di "Semplifica" e si *clicca* ancora su "Fattorizza", essendo il comando "Razionale" già selezionato nella finestra "Fattorizza espressione". Si ottiene:

$$\frac{3 \cdot x^2 \cdot y \cdot (5 \cdot x - 3 \cdot y)(5 \cdot x + 3 \cdot y)}{4}$$

III ESEMPIO: *fattorizzare il polinomio: $a^2 + b$.*

Si digita:

$$a^2+b$$

Si *clicca* su uno dei simboli a sinistra della finestra e si trasferisce l'espressione nella finestra dell'algebra. S'impartisce il comando "Fattorizza" nel menu a tendina di "Semplifica" e si *clicca* ancora su "Fattorizza" nella finestra "Fattorizza espressione", dopo aver selezionato il comando "Razionale". Si ottiene:

$$a^2 + b$$

Ciò significa che il polinomio non è decomponibile nell'insieme dei numeri razionali.

Frazioni algebriche

Esempi

I ESEMPIO: *semplificare la seguente frazione: $\frac{2a^3 - 2a^2b - 12ab^2}{4a^3 + 16a^2b + 16ab^2}$.*

Si digita:

$$(2a^3-2a^2b-12ab^2)/(4a^3+16a^2b+16ab^2).$$

Cliccando sul simbolo = sul monitor appare la frazione ridotta in minimi termini:

$$\frac{a - 3 \cdot b}{2 \cdot (a + 2 \cdot b)}$$

Si noti che sul monitor non sono riportate le condizioni $a \neq 0$ e $a \neq -2b$, essenziali affinché l'operazione di semplificazione sia lecita. L'osservazione testé fatta vale anche per gli esempi che seguono nei quali il risultato dell'espressione è ottenuto con semplificazioni.

II ESEMPIO: *eseguire la seguente addizione algebrica: $\frac{3x - 2y}{4x - y} + \frac{5x - 2y}{x + 3y} - 1 - \frac{15x^2 - 4xy - 4y^2}{4x^2 + 11xy - 3y^2}$.*

Si digita:

$$(3x-2y)/(4x-y)+(5x-2y)/(x+3y)-1-(15x^2-4xy-4y^2)/(4x^2+11xy-3y^2)$$

Si *clicca* sul simbolo = e si ottiene:

$$1 - \frac{6y}{x + 3y}$$

S'impartisce il comando "Fattorizza" nel menu a tendina di "Semplifica" (oppure si battono i tasti "Ctrl+F"), si *clicca* ancora su "Fattorizza" (oppure si battono i tasti "Alt+F") e si ottiene:

$$\frac{x - 3 \cdot y}{x + 3 \cdot y}$$

III ESEMPIO: *eseguire la seguente moltiplicazione: $\frac{7x^2 + 21xy}{6ay + 4by} \frac{6a + 4b}{x^2 - 9y^2} \frac{2xy - 6y^2}{x}$.*

Si digita:

$$(7x^2+21xy)/(6ay+4by)((6a+4b)/(x^2-9y^2))((2xy-6y^2)/x)$$

Si clicca sul simbolo = e si ottiene:

14

IV ESEMPIO: eseguire la seguente divisione: $\frac{12x^2 - 13xy - 14y^2}{2x^2 + xy - y^2} : \frac{4x^2 - 7xy}{4x^2 - 4xy + y^2}$

Si digita: $(12x^2-13xy-14y^2)/(2x^2+xy-y^2)/((4x^2-7xy)/(4x^2-4xy+y^2))$

Il risultato si ottiene cliccando sul simbolo =:

$$\frac{(2 \cdot x - y)(3 \cdot x + 2 \cdot y)}{x \cdot (x + y)}$$

V ESEMPIO: eseguire la seguente potenza: $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2$.

Si digita:

$$((a+b)/(a-b))^2.$$

Il risultato si ottiene cliccando sul simbolo =:

$$\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}$$

VI ESEMPIO: semplificare la seguente espressione: $\left(\frac{a-b}{2a-b} + \frac{2a+b}{a-b} - \frac{8a^2-3ab-b^2}{2a^2-3ab+b^2}\right) : \left(\frac{a+b}{2a-b} + \frac{a}{a-b}\right)$.

Si digita:

$$((a-b)/(2a-b)+(2a+b)/(a-b)-(8a^2-3ab-b^2)/(2a^2-3ab+b^2))/((a+b)/(2a-b)+a/(a-b))$$

Il risultato si ottiene cliccando sul simbolo =:

-1

VII ESEMPIO: semplificare la seguente espressione: $\left(\frac{\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}}{\frac{y}{x+y} - \frac{x}{x-y}} + 1\right)^3$

Si digita:

$$((x/(x+y)+y/(x-y))/(y/(x+y)-x/(x-y))+1)^3$$

Il risultato si ottiene cliccando sul simbolo =:

0

Identità

Esempio

I ESEMPIO: verificare la seguente identità:

$$(a+b)^2(a-b) - (a+b)^3 + (2a-b)^3 + 2b(8a^2+b^2) = (a-b)^2(a+b) + (a+b)^3 + 3(2a^3-b^3)$$

Si digita:

$$(a+b)^2(a-b)-(a+b)^3+(2a-b)^3+2b(8a^2+b^2)=(a-b)^2(a+b)+(a+b)^3+3(2a^3-b^3)$$

Si *clicca* sul simbolo = e si ottiene:

$$8 \cdot a^3 + 2a^2b + 2 \cdot a \cdot b^2 - b^3 = 8 \cdot a^3 + 2 \cdot a^2 b + 2 \cdot a \cdot b^2 - b^3$$

Se si *clicca*, invece, nella barra degli strumenti sul simbolo che corrisponde al comando "Risolvi" e si *clicca* ancora su "Risolvi" nella finestra che si apre, si ottiene:

true

Equazioni

Esempi

I ESEMPIO: risolvere la seguente equazione:

$$(x - 2)(2x + 4) + 3x(x - 2) + (2x - 1)^2 = (2x + 3)^2 + 5x^2 - 20x - 12.$$

Si digita l'equazione nel seguente modo:

$$(x-2)(2x+4)+3x(x-2)+(2x-1)^2=(2x+3)^2+5x^2-20x-12$$

Si *clicca* sul simbolo = e si ottiene:

$$9x^2 - 10x - 7 = 9x^2 - 8x - 3$$

Si *clicca* sul simbolo della barra degli strumenti che corrisponde al comando "Risolvi" e poi si *clicca* ancora "Risolvi" nella finestra che si apre; si ottiene:

$$x = -2$$

II ESEMPIO: risolvere la seguente equazione: $(2x + 3)^2 - (2x + 5)(x - 6) + 4(x + 3) = 2x(x + 10) + 3(x + 17)$.

Si digita l'equazione:

$$(2x+3)^2-(2x+5)(x-6)+4(x+3)=2x(x+10)+3(x+17)$$

Si *clicca* sul simbolo = e si ottiene la scrittura:

true

L'equazione è indeterminata e cioè è un'identità ed ammette infinite soluzioni.

III ESEMPIO: risolvere la seguente equazione: $2(x+3) - (x+4)(x+2) = 3(x+2) - (x-2)^2 - 11x$.

Si digita l'equazione:

$$2(x+3)-(x+4)(x+2)=3(x+2)-(x-2)^2-11x$$

Si *clicca* sul simbolo ✓, l'equazione viene trasferita sul monitor. Si *clicca* nella barra degli strumenti sul simbolo che corrisponde al comando "Risolvi" e poi ancora su "Risolvi" nella finestra che si apre. Sul monitor appare la parola:

false

L'equazione è impossibile perché assume la forma $0x = a$, con $a \neq 0$.

Si *clicchi*, infatti, sul simbolo =, si ha:

$$-x^2 - 4 \cdot x - 2 = -x^2 - 4 \cdot x + 2$$

e, come si può notare, l'equazione assume la forma $0x = 4$ e cioè è impossibile.

IV ESEMPIO: risolvere la seguente equazione: $\frac{2x-4}{5} + \frac{3x-4}{2} - 1 = \frac{5x-3}{2} + \frac{1}{3} - \frac{20x+34}{15}$.

Si digita:

$$(2x-4)/5+(3x-4)/2-1=(5x-3)/2+1/3-(20x+34)/15$$

Si *clicka* o sul simbolo \checkmark o sul simbolo = e l'equazione (o quella equivalente con i membri semplificati) viene trasferita nella finestra principale. Cliccando sul simbolo della barra degli strumenti corrispondente a "Risolvi" e poi ancora su "Risolvi" nella finestra che si apre, si ottiene:

$$x = \frac{1}{2}$$

V ESEMPIO: risolvere la seguente equazione: $\frac{x^2+2}{x^2-4} - \frac{2x^2-x+4}{x^2+x-6} + \frac{4x^2-3x+1}{x^2+5x+6} = \frac{3x^3-11x^2+3x-2}{x^3+3x^2-4x-12}$.

Si digita:

$$(x^2+2)/(x^2-4)-(2x^2-x+4)/(x^2+x-6)+(4x^2-3x+1)/(x^2+5x+6)=(3x^3-11x^2+3x-2)/(x^3+3x^2-4x-12)$$

Si *clicka* o sul simbolo \checkmark o sul simbolo = e l'equazione (o quella equivalente con i membri semplificati) viene trasferita nella finestra dell'Algebra. *Cliccando* sul simbolo della barra degli strumenti corrispondente a "Risolvi" e poi su "Risolvi" nella finestra che si apre, si ottiene:

$$x = +\infty \quad \checkmark \quad x = \frac{1}{2}$$

e, quindi, la soluzione dell'equazione è:

$$x = \frac{1}{2}$$

VI ESEMPIO: risolvere la seguente equazione: $1 + \frac{4x^2-12x+19}{4x^2+4x-8} - \frac{2}{x^2+x-2} = \frac{2x^2-1}{x^2+2x-3}$.

Si digita

$$1+(4x^2-12x+19)/(4x^2+4x-8)-2/(x^2+x-2)=(2x^2-1)/(x^2+2x-3)$$

Si *clicka* o sul simbolo \checkmark o sul simbolo = e l'equazione (o quella equivalente con i membri semplificati) viene trasferita nella finestra dell'Algebra. *Cliccando* sul simbolo della barra degli strumenti corrispondente a "Risolvi" e poi su "Risolvi" nella finestra che si apre, si ottiene:

$$x = \pm \infty.$$

L'equazione è impossibile. Nel caso in esame, però, sono indicate come soluzioni ∞ e $-\infty$, mentre nel III esempio era stato scritto: false. Se si risolve l'equazione con il procedimento indicato nel paragrafo dedicato allo studio delle equazioni fratte, si ricava $x = 1$, che non è accettabile perché tale numero annulla i denominatori dell'equazione fratta e perché, per eliminare i denominatori, è necessario imporre le condizioni $x \neq -3$, $x \neq -2$ e $x \neq -1$.

Disequazioni

Esempi

I ESEMPIO: risolvere la seguente disequazione: $(3x+4)(x+2) - 3 + 2(x-6) \geq (x+2)(x-1) + (2x+3)(x-5)$.

Si digita:

$$(3x+4)(x+2)-3+2(x-6) >=(x+2)(x-1)+(2x+3)(x-5)$$

Naturalmente, invece di digitare $> =$, si può cliccare nella tabella dei simboli matematici su \geq .

Si *clicca* sul simbolo \checkmark o su $=$ e la disequazione (o quella equivalente con i membri semplificati) viene trasferita nella finestra principale. *Cliccando* nella barra degli strumenti sul comando corrispondente a "Risolvi" e, poi, nella finestra che si apre, ancora su "Risolvi", si ottiene:

$$x \geq -\frac{5}{9}$$

II ESEMPIO: risolvere la seguente disequazione: $\frac{2x-1}{3} + \frac{5x+4}{2} - \frac{1}{4} < 3x + \frac{4(x-1)}{3}$

Si digita: $(2x-1)/3+(5x+4)/2-1/4<3x+4(x-1)/3$

Si *clicca* sul simbolo \checkmark o sul simbolo $=$ e la disequazione (o quella equivalente con i membri semplificati) viene trasferita nella finestra principale. *Cliccando* sul simbolo della barra degli strumenti corrispondente a "Risolvi" e, poi, nella finestra che si apre, ancora su "Risolvi", si ottiene:

$$x > \frac{33}{14}$$

III ESEMPIO: risolvere la seguente disequazione: $\frac{x+6}{x-8} > 0$.

Si digita: $(x+6)/(x-8)>0$

Si *clicca* sul simbolo \checkmark e la disequazione viene trasferita nella finestra principale. *Cliccando* sul simbolo della barra degli strumenti corrispondente a "Risolvi" e, poi, nella finestra che si apre, ancora su "Risolvi", si ottiene:

$$x < -6 \vee x > 8$$

IV ESEMPIO: risolvere la seguente disequazione: $\frac{x+4}{(x-3)(x+5)} \geq 0$

Si digita: $(x+4)/((x-3)(x+5)) \geq 0$.

Si *clicca* sul simbolo \checkmark e la disequazione viene trasferita nella finestra principale. *Cliccando* sul simbolo della barra degli strumenti corrispondente a "Risolvi" e, poi, nella finestra che si apre, ancora su "Risolvi", si ottiene:

$$-5 < x \leq -4 \vee x > 3$$

V ESEMPIO: risolvere la seguente disequazione: $\frac{(x+2)(x-3)}{x+1} < 0$.

Si digita: $(x+2)(x-3)/(x+1)<0$

Si *clicca* sul simbolo \checkmark e la disequazione viene trasferita nella finestra principale. *Cliccando* sul simbolo della barra degli strumenti corrispondente a "Risolvi" e, poi, nella finestra che si apre, ancora su "Risolvi", si ottiene:

$$-1 < x < 3 \vee x < -2$$

VI ESEMPIO: risolvere la seguente disequazione: $|x+5| > 2$.

Si digita: $|x+5|>2$ oppure $ABS(x+5) > 2$

Si *clicca* sul simbolo \checkmark e la disequazione viene trasferita nella finestra principale. *Cliccando* sul simbolo della barra degli strumenti corrispondente a "Risolvi" e, poi, nella finestra che si apre, ancora su "Risolvi", si ottiene:

$$x < -7 \vee x > -3$$

Per risolvere disequazioni fratte, più complesse di quelle esaminate negli esempi precedenti o con più termini in valore assoluto, si può ricorrere alla risoluzione grafica che sarà trattata in seguito.

I grafici delle funzioni

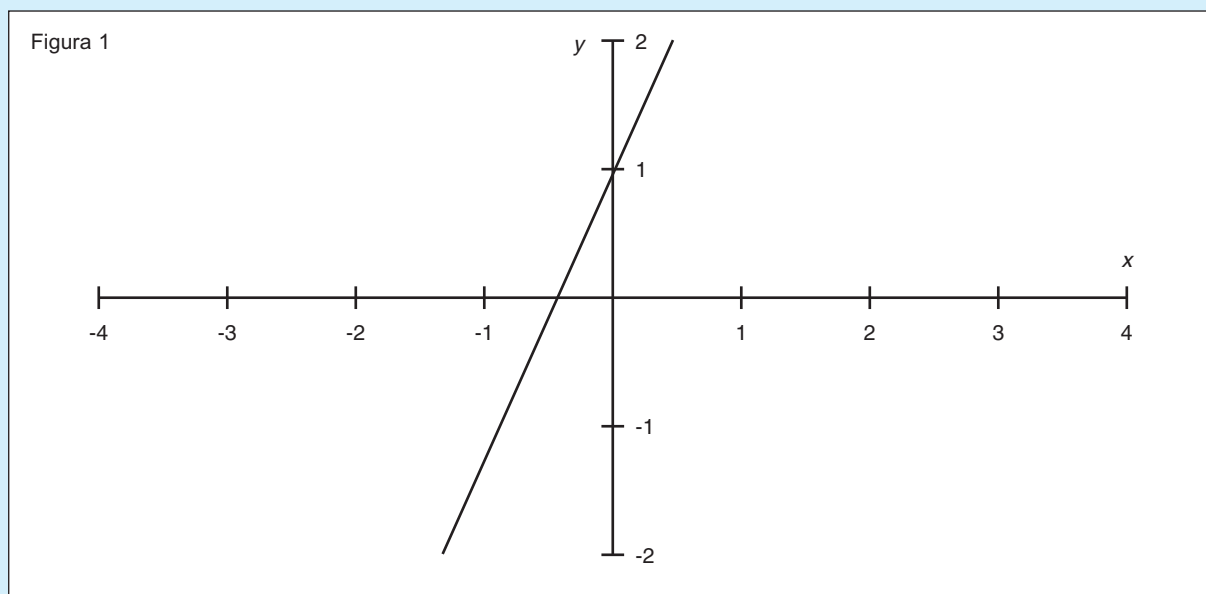
Esempi

I ESEMPIO: rappresentare in un piano cartesiano la funzione: $3x - y + 1 = 0$.

Per rappresentare la funzione si digita:

$$3x - y + 1 = 0$$

e si *clicca* sul simbolo \checkmark per trasferire la funzione nella finestra dell'algebra.



Si *clicca* sul penultimo simbolo della barra degli strumenti (che corrisponde al comando "Finestra grafica 2D) oppure si battono i tasti (Ctrl+2) e si apre una finestra in cui è tracciato un sistema di assi cartesiani ortogonali. Si *clicca* sul simbolo della barra degli strumenti che corrisponde al comando "Traccia il grafico dell'espressione" (che è il quarto) e si ottiene il grafico della funzione che è una retta.

Può accadere che, ottenuto il grafico, il sistema di assi cartesiani ortogonali non è monometrico, ma dimetrico. In tale ipotesi, per renderlo monometrico, nella finestra dei grafici si *clicca* sul comando "Opzioni", che è presente nella barra dei menu. Si apre così il menu a tendina e si *clicca* sul comando "Visualizzazione". Più semplicemente si può battere la lettera V. Si apre la finestra "Opzioni di visualizzazione" in cui è possibile operare diverse scelte. Nella finestra che porta l'intestazione "Assi" è possibile visualizzare o nascondere gli assi (*cliccando* rispettivamente nel cerchietto a sinistra di "SI" o di "NO"), scegliere il loro colore, visualizzare o nascondere le etichette, scegliere il loro colore, scegliere i fattori di scala sugli assi. Se si vogliono cambiare le unità di misura dei segmenti, si digitano accanto a "Fattore di scala orizzontale" e a "Fattore di scala verticale" i numeri che faranno cambiare l'unità di misura rispettivamente sull'asse delle x e sull'asse delle y.

Si può far variare l'unità di misura dei segmenti sui due assi per ottenere ingrandimenti o riduzioni della figura digitando, per esempio, 1 e 1, 2 e 2, 0.5 e 0.5 etc. o unità di misura diverse sui due assi e, per esempio, 8 e 4, 4 e 2, 2 e 1, 16 e 8, 32 e 16, 3 e 7, 6 e 5 etc. e poi si *clicca* su "OK".

L'unità di misura dei segmenti, con tale procedimento, può essere variata secondo le esigenze del grafico da realizzare. La variazione si può ottenere, perciò, digitando uno stesso numero per le scale da fissare sui due assi cartesiani ortogonali oppure, se si vuole operare con un sistema di assi cartesiani dimetrico, digitando numeri diversi. *Cliccando* sul comando "Imposta" e poi, su "Regione del grafico" si può traslare il sistema di assi o fare altre scelte.

Digitando nella colonna intestata "Centro", al posto di 0 e 0, due nuovi numeri, si trasla il sistema di assi cartesiani portando l'origine nel punto la cui ascissa è data dal numero digitato nella riga indicato con "Orizzontale" e la cui ordinata è il numero digitato nella riga indicata con la parola "Verticale".

Scrivendo, invece, nella colonna intestata "Intervalli", due numeri si può stabilire un diverso allineamento delle ascisse e delle ordinate sugli assi cartesiani. Digitando, in particolare, i numeri 1 e 1, sugli assi non vengono segnate né le ascisse, né le ordinate, né la griglia. In verità il diverso allineamento dei numeri sugli assi si può ottenere anche selezionando il comando "Intervallo del grafico" nel sottomenu di "Imposta" (oppure battendo i tasti Ctrl+R) operando nella colonna intestata intervalli nel modo poc'anzi descritto. In tale finestra si può scegliere inoltre il minimo ed il massimo valore rispettivamente della ascissa e dell'ordinata che devono essere segnati sugli assi.

Le coordinate dei punti in cui si trova la croce, quelle del centro e il rapporto tra le unità di misura sui due assi si possono leggere nella barra (Barra di stato) sovrastante la finestra "Crea Espressione".

Cliccando rispettivamente sui comandi "Affianca orizzontalmente" (Ctrl+Shift+H) e "Affianca verticalmente" (Ctrl+Shift+V) nel sottomenu "Finestra", si può dividere lo schermo del monitor in due finestre uguali mediante una linea orizzontale o verticale ed affiancare la finestra dell'algebra a quella dei grafici. Per passare dalla finestra dei grafici a quella dell'algebra si *clicca* sull'ultimo simbolo della barra degli strumenti che corrisponde al comando "Finestra dell'algebra" oppure si battono i tasti Ctrl+1.

Il colore del disegno può variare selezionando nel menu a tendina di "Opzione" il comando "Cambia colore ai grafici".

II ESEMPIO: rappresentare la retta di equazione: $y = 2x - 1$.

Il grafico di una funzione si può ottenere anche ricorrendo alle equazioni parametriche. In tale caso, però, si disegna un segmento di retta di estremi prefissati.

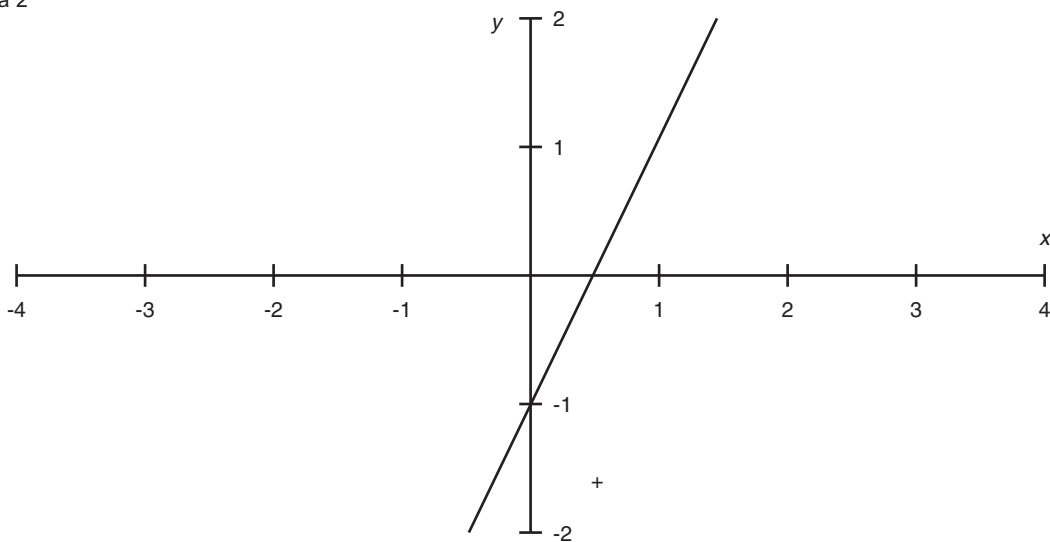
Posto $x = t$, si ha $y = 2t - 1$.

Si seleziona il comando "Crea" e nel menu a tendina che si apre si *clicca* su "Vettore". Si apre la finestra "Imposta vettore" in cui è richiesto di indicare il numero di elementi. Si digita 2 e si *clicca* su "OK". Si apre un'altra finestra "Crea 2 elemento vettore" e nelle due righe si digita nell'ordine rispettivamente t e $2t - 1$ e si *clicca* su "OK". Sul monitor compare la scritta:

$$[t, 2t - 1].$$

Si *clicca* sul simbolo "Finestra grafico 2D" o si battono i tasti Ctrl+2. Si apre la finestra dei grafici. Si *clicca* nella barra degli strumenti sul simbolo "Traccia il grafico dell'espressione", che è il sesto da sinistra, e si apre la finestra "Impostazioni curve parametriche" in cui si chiede di indicare le ascisse degli estremi della curva e se si vuole che sia rappresentata con linea continua ("Linee") o tratteggiata ("Punti"). Si digiti, per esem-

Figura 2



pio, quale valore minimo -1 e quale massimo 2 e si selezioni il comando "Linea", se non è già selezionato. Si *clicca* su "OK" e si ottiene la figura 2. Per cancellare il grafico basta *clicare* sul simbolo "Cancella l'ultimo grafico" presente nella barra degli strumenti. Se nel piano sono stati eseguiti diversi grafici con operazioni successive, si può *clicare* sul comando "Modifica" e cancellare tutti i grafici *cliccando* sul comando "Cancella il grafico" e scegliere, poi, nel sottomenu che si apre, di eliminare solo il primo, l'ultimo o tutti i grafici.

Si può anche scegliere che il grafico sia tracciato tratteggiato e, in quest'ultimo caso, è necessario indicare il numero dei punti da impiegare. Selezionando, infatti, il comando "Punti" e digitando il numero di quelli che devono essere tracciati, *cliccando* su "OK", il grafico viene tracciato tratteggiato. In verità, si può anche stabilire se i tratti devono essere di dimensione piccola o media o larga selezionando la voce corrispondente.

III ESEMPIO: disegnare il segmento appartenente alla retta di equazione $2x + 3y - 6 = 0$ e avente per estremi i punti di ascissa rispettiva -2 e 1 .

Si digita: $2x+3y - 6=0$

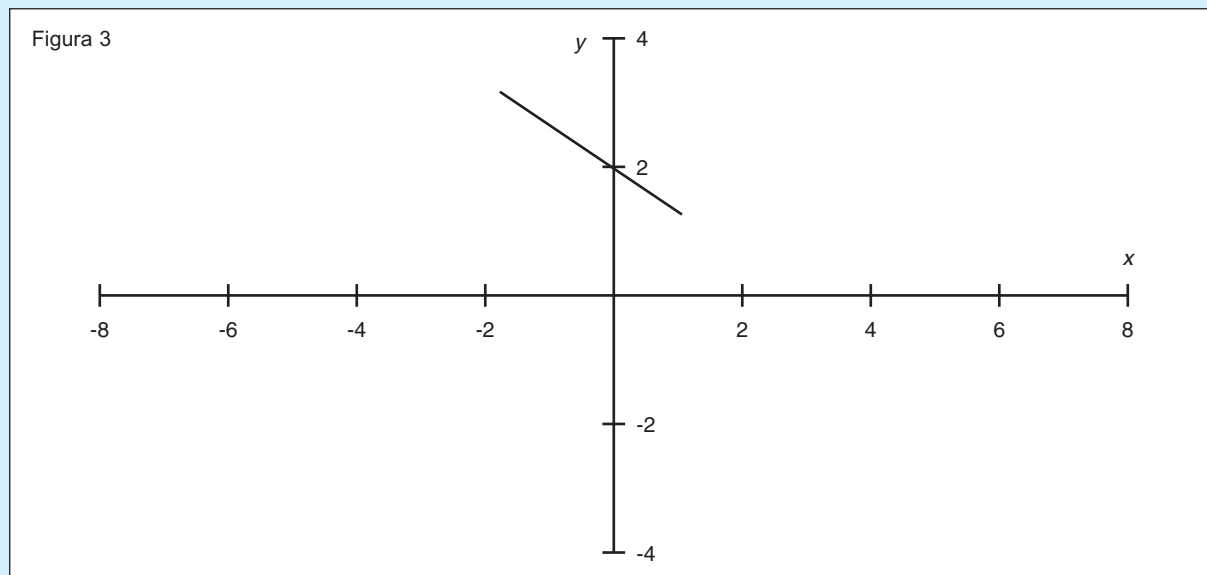
e si *clicca* su uno dei simboli a sinistra della finestra per trasferire la funzione nella finestra dell'algebra. Si *clicca* sul simbolo della barra degli strumenti corrispondente a "Risolvi" e, nella finestra che si apre, si seleziona solo la variabile y e si *clicca* su "Risolvi". Si ottiene:

$$y = \frac{2(3 - x)}{3}$$

Nella finestra "Crea espressione", si digita: $[x,2(3 - x)/3]$

Si trasferisce la funzione sul monitor.

Si *clicca* sul penultimo simbolo della barra degli strumenti oppure si battono i tasti (Ctrl+2) e si apre la finestra dei grafici. Si *clicca* sul simbolo della barra degli strumenti che corrisponde al comando "Traccia il grafico dell'espressione" e nella finestra che si apre si digitano i numeri corrispondenti all'ascissa minima ed a quella massima degli estremi del segmento di retta e cioè -2 e 1 e si *clicca* su "OK". Si ottiene il grafico del segmento.

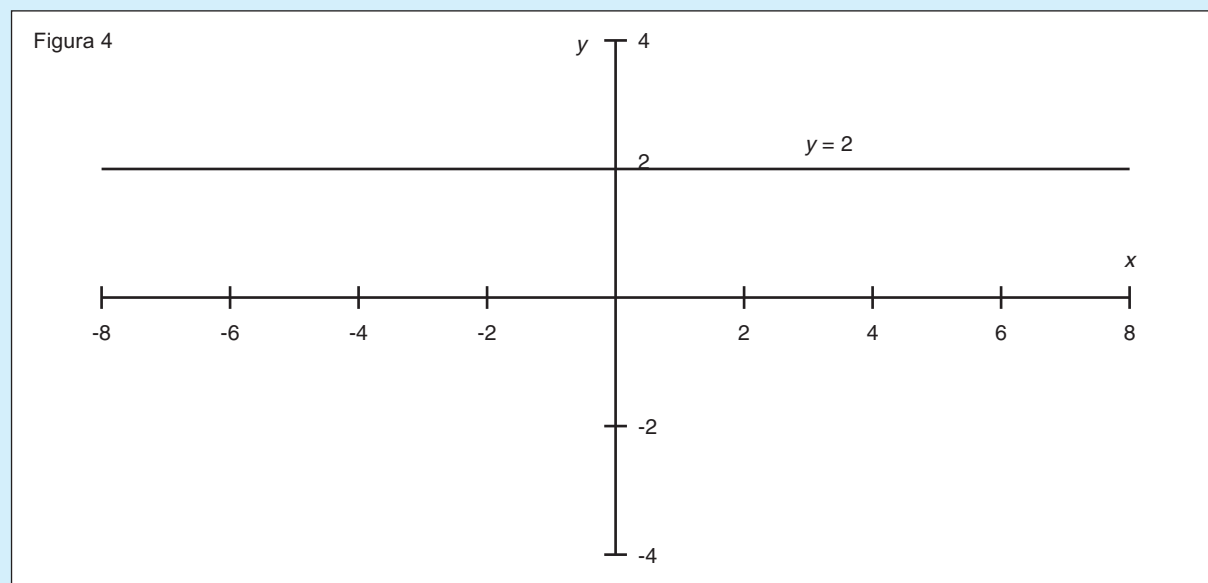


IV ESEMPIO: rappresentare nel piano cartesiano il punto di coordinate $(-2; 1)$.

Si digita: $[-2, 1]$

e si *clicca* sul simbolo corrispondente a "Traccia il grafico dell'espressione" nella barra degli strumenti sia nella finestra dell'algebra, sia in quella dei grafici.

V ESEMPIO: rappresentare la retta di equazione: $y = 2$.



Si digita:

$y=2$ o semplicemente 2 ,

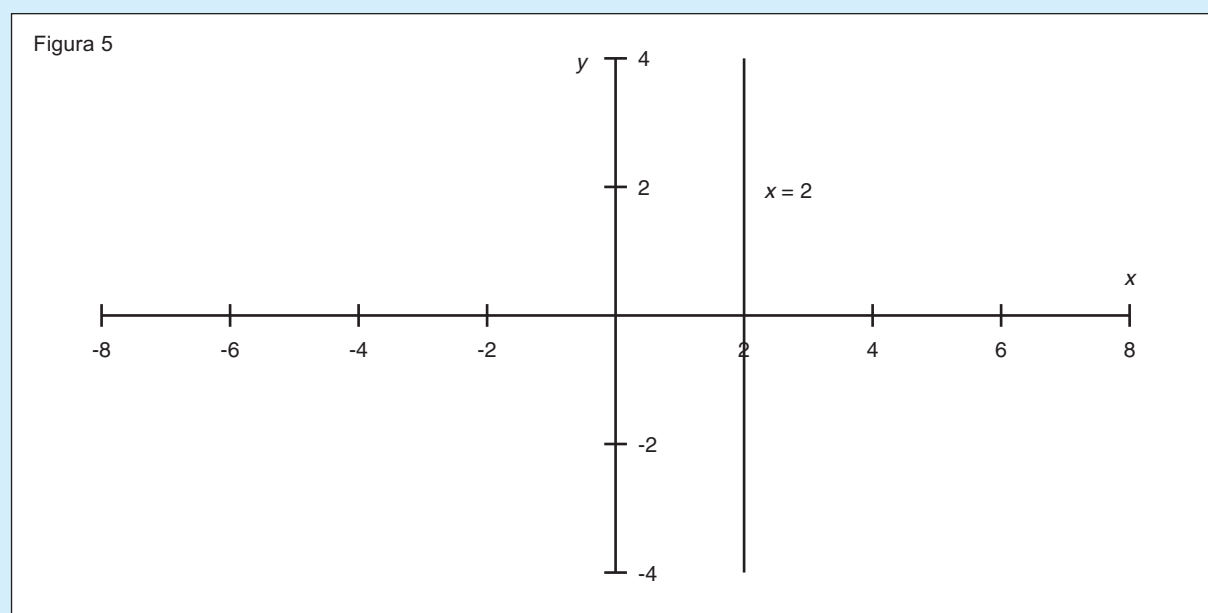
e per ottenere il diagramma della funzione si clicca, nella barra degli strumenti, sul simbolo corrispondente a "Finestra grafica 2D", nella finestra dell'algebra, e sul simbolo "Traccia il grafico dell'espressione" in quella dei grafici e si ottiene la figura 4.

VI ESEMPIO: rappresentare la retta di equazione: $x = 2$.

Si digita:

$x=2$

e si ripetono le stesse operazioni suindicate nel V esempio. Si ottiene la figura 5



VII ESEMPIO: rappresentare graficamente la funzione: $xy - y = x + 1$.

Si digita: $xy - y = x + 1$

e si trasferisce la funzione nella finestra dell'algebra.

Per ottenere il diagramma della funzione, si clicca, nella barra degli strumenti, sul simbolo corrispondente a "Finestra grafica 2D" nella finestra dell'algebra e sul simbolo "Traccia il grafico dell'espressione" in quella dei grafici.

Figura 6

